

Niepewność pomiarowa

Przykład 1

Błędy systematyczne (błąd jest niezmienny w serii pomiarów)

Przed przystąpieniem do sprawdzania średnic 100 wałków $\text{Ø}50\text{h}7$ mikrometrem najpierw dokonano sprawdzenia dokładności jego wskazań wykonując nim serię pomiarów znanej wartości wielkości $W=30,000$ mm odtworzonej z bardzo małym błędem przez WZORZEC – płytkę wzorcową.

Seria liczy $n=10$ pomiarów wykonanych w warunkach praktycznie niezmiennych. Otrzymano poniższe wartości (w mm):

$$x_1 = 30,012$$

$$x_2 = 30,010$$

$$x_3 = 30,013$$

$$x_4 = 30,010$$

$$x_5 = 30,011$$

$$x_6 = 30,014$$

$$x_7 = 30,013$$

$$x_8 = 30,011$$

$$x_9 = 30,012$$

$$x_{10} = 30,012$$

Wyliczyć wartość średniej arytmetycznej \bar{x} z wyników serii pomiarów, określić błąd systematyczny $\varepsilon_s = \bar{x} - W$ i poprawkę $\Delta = -\varepsilon_s$

Średnia wartość

$$\bar{x} = \frac{30,012+30,010+30,013+30,010+30,011+30,014+30,013+30,011+30,012+30,012}{10} = \frac{300,118}{10}$$

$$\bar{x} = 30,0118 \approx 30,012$$

Błąd systematyczny (błąd wskazań mikrometru)

$$\varepsilon_s = \bar{x} - W$$

$$\varepsilon_s = 30,012 - 30,000 = +0,012$$

Poprawka

$$\Delta = -\varepsilon_s$$

$$\Delta = -0,012$$

Wnioski:

1. Mikrometr wskazuje niedokładnie (za dużo)
2. Błąd wskazania jest dość stabilny i oscyluje wokół wartości $\varepsilon_s = 0,012 \pm 0,002$ mm
3. Każdy wynik pomiaru zbliżony do wartości 30 mm otrzymany narzędziem jest obciążony wyznaczonym doświadczalnie błędem systematycznym $\varepsilon_s = +0,012$ mm

Co należy zrobić ?:

Wyregulować wskazania mikrometru, a jeśli jest to niemożliwe

Do każdego surowego wyniku pomiaru wałków $\varnothing 50h7$ wykonanego tym mikrometrem należy dodać poprawkę $\Delta = -0,012$ mm

Wynik poprawiony

$$X_{popr} = X + \Delta$$

Przykład 2

Błędy przypadkowe

Mierząc otwór pięciokrotnie uzyskano wyniki: $X_i = 50,04; 50,06; 50,05; 50,05; 50,06$.

Oszacować wartość średnicy otworu dla tych pięciu pomiarów według rozkładu t-Studenta przy $P=0,95$

Rozwiązanie

$$\bar{x} = \frac{50,04 + 50,06 + 50,05 + 50,05 + 50,06}{5} = 50,052$$

Tabela 1.

X_i	Wymiar zaobserwowany	Błąd pozorny $\Delta_i = x_i - \bar{x}$	Błąd pozorny do kwadratu $\Delta_i^2 = (x_i - \bar{x})^2$
X_1	50,04	-0,012	0,000144
X_2	50,06	0,008	0,000064
X_3	50,05	-0,002	0,000004
X_4	50,05	-0,002	0,000004
X_5	50,06	0,008	0,000064
$\bar{x} = 50,052$			$\Sigma \Delta_i^2 = 0,000280$

Błąd pozorny - różnica między wynikiem pomiaru (czyli pojedynczym spostrzeżeniem) a wartością wyrównaną szeregu spostrzeżeń, np. ich średnią arytmetyczną.

$$\Delta_i = x_i - \bar{x}$$

- Średnie odchylenie kwadratowe pojedynczego pomiaru s (σ):

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum \Delta_i^2}$$

inny zapis

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{5-1} * 0,000280}$$

$$s = \mathbf{0,0083666}$$

- Średnie odchylenie kwadratowe średniej arytmetycznej S_r :

$$S_r = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$S_r = \frac{0,0083666}{\sqrt{5}}$$

$$S_r = \mathbf{0,003741657}$$

Przedział niepewności

$$\varepsilon = t_{\alpha,k} * S_r$$

gdzie:

$\alpha = 1 - P$ - niepewność

$k = n - 1$ - ilość stopni swobody (ilość powtórzeń w serii pomiarów pomniejszona o jedno przy jednej niewiadomej).

$t_{\alpha,k}$ - wartość liczby t z tablicy rozkładu t -Studenta przy odpowiednich α i k przyjętych w danym zadaniu pomiarowym.

Jeśli występują błędy przypadkowe, to podajemy stopień prawdopodobieństwa P (poziom ufności), np. $P = 0,9; 0,95; 0,99; 0,997$ itp.

Ustalonymu poziomowi ufności odpowiada odpowiedni przedział na skali pomiarowej zwany przedziałem ufności, najczęściej symetryczny względem średniej wartości \bar{x} pomiaru. Przedział ten z prawdopodobieństwem równym poziomowi ufności obejmuje zakres wartości pomiaru

mierzonej wielkości. Przy zwiększeniu poziomu ufności przedział ufności rozszerza się, a zatem z większym prawdopodobieństwem zmniejsza się dokładność pomiaru.

Z tablicy rozkładu t-Studenta współczynnik $t = 2,776$ dla pięciu pomiarów i poziomu ufności $\alpha=0,95$, zatem wynik pomiaru będzie następujący:

$$X = 50,052 \pm 2,776 * 0,00374 = \mathbf{50,052 \pm 0,0103}$$

Wynik poprawiony to wynik uwzględniający poprawkę i niepewność pomiarową.

WYNIK POPRAWIONY

$$X_{popr} = (\bar{x} + \Delta) \pm t_{\alpha,k} * S_r$$